TEMA 1.- TRAZADOS FUNDAMENTALES EN EL PLANO

Introducción

Esta es la primera unidad de la materia Dibujo Técnico y aunque los contenidos que en ella se muestran no son los más importantes de cara al examen de la prueba de acceso, si es crucial que adquieras una metodología y forma de trabajo adecuadas para que te sea fácil superar la asignatura.

En esta Unidad, como su título indica, vamos a repasar las construcciones básicas de la geometría plana, que son de vital importancia, pese a su simplicidad, para que más adelante podamos ser capaces de abordar problemas más complicados. La forma de trabajo de esta materia debe ser eminentemente práctica, y es por ello que los contenidos teóricos necesarios se mostrarán de una forma breve y rigurosa.

Antes de comenzar es importante que tengas a mano el material de dibujo técnico -escuadra, cartabón, regla graduada, compás, lápiz y goma de borrar- con el fin de que vayas practicando sobre papel las construcciones que se van presentando en cada apartado, ya que en esta Unidad, lo más importante es que te familiarices con el Dibujo Técnico y cojas destreza en el manejo del material. Al final de cada unidad tendrás una serie de actividades que realizar y que entregarás a tu tutor el día del examen de cada una de las partes del curso.

Puedes utilizar como apoyo cualquier libro de Dibujo Técnico de primer y segundo curso de bachillerato. Para la confección de estos materiales se han consultado en mayor medida los libros de las editoriales SM, Donostiarra y Editex, que pueden servirte de ayuda, aunque no es imprescindible que los tengas.

Al final de algunos apartados incluímos algunas presentaciones y/o enlaces para que puedas reforzar lo aprendido o ampliar el tema del que se trate.

Antes de comenzar definitivamente con los contenidos quiero comentarte una serie de razones por las que el dibujo es de vital importancia. Como puedes imaginar es una forma de comunicación universal, y es la base teórico práctica de profesiones como la arquitectura, las ingenierías, el diseño gráfico e industrial, etc.

Imagina un grupo internacional de arquitectos que quiera intercambiar ideas sobre proyectos de construcción. Si no hay una lengua común a todos ellos, el mero hecho de presentar sus planos con unos formatos reconocidos internacionalmente, hará que se entiendan sin necesidad de hablar. En cualquier caso, a la hora de llevar un proyecto a cabo es necesario que los diseños se hayan realizado con **precisión** y **exactitud.**

Trazado de rectas perpendiculares y paralelas

Las rectas en el plano pueden ser paralelas u oblicuas (o secantes)

Se dice que dos rectas son paralelas cuando no se cortan (se cortan en el infinito, punto impropio).

Dos rectas oblicuas se cortan en un punto que denominaremos punto de intersección, dividiendo el plano en cuatro zonas o ángulos iguales dos a dos. Si los cuatro ángulos son iguales a 90º (ángulos rectos) se dice que las rectas son perpendiculares entre si.

Con respecto a la perpendicularidad y paralelismo entre rectas, existen una serie de teoremas fundamentales que se expresan a continuación. Analiza brevemente lo que representan.

- Por un punto P de una recta r únicamente se puede trazar una recta perpendicular a la recta dada r.
- Por un punto Q exterior a una recta r únicamente se puede trazar una recta perpendicular a la recta dada r.
- Por un punto Q exterior a una recta r únicamente se puede trazar una recta paralela a la recta dada r.
- Si dos rectas r y s son paralelas, la recta t perpendicular a una de ellas será también perpendicular a la otra.

Perpendicularidad

Dos rectas en el plano son perpendiculares cuando se cortan en un punto y los cuatro ángulos formados por dichas rectas son ángulos de 90º.

Un sinónimo de perpendicular que puedes encontrarte en algunos textos o en otros apartados de esta unidad es ortogonal.

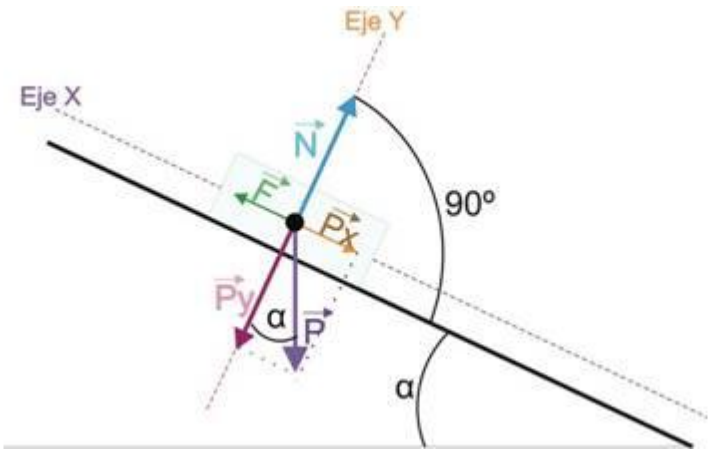
El concepto de perpendicularidad es muy impotante, por ejemplo a la hora de calcular las distancias entre distintos elementos geométricos. Mira estos ejemplos.

- La distancia entre un punto y una recta es la longitud del segmento perpendicular trazado desde el punto a la recta.
- La distancia entre dos rectas paralelas es la longitud del segemento perpendicular a las rectas comprendido entre ambas.

En este apartado podremos ver los siguientes puntos:

- Mediatriz de un segmento
- Perpendicular a una recta desde un punto exterior a la misma
- Perpendicular a una recta desde un punto de la misma
- Perpendicular a un segmento por su punto extremo
- Trazado de perpendiculares utilizando escuadra y cartabón

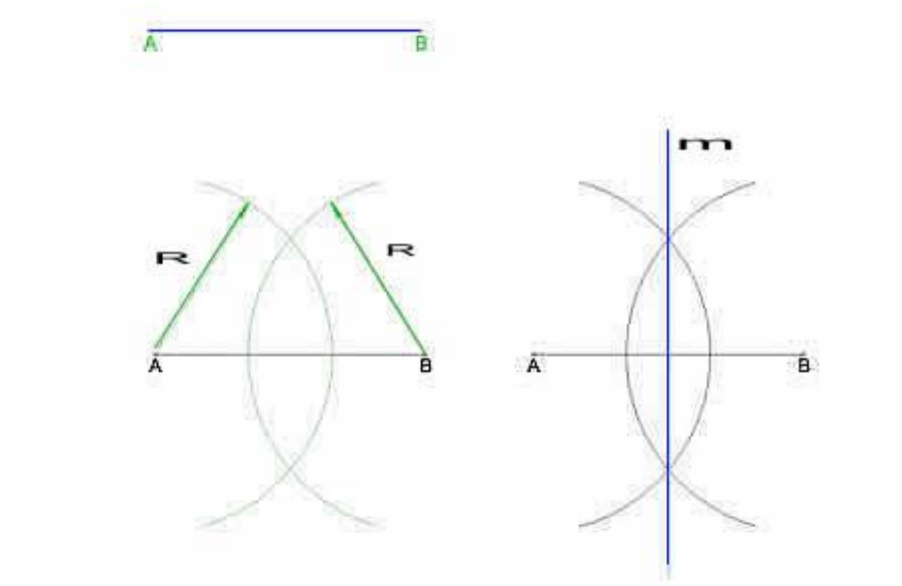
Observa como el concepto de perpendicularidad es importante en materias como la física, donde los conceptos de geometría son imprescindibles para entender, por ejemplo, problemas de descomposición de fuerzas en planos inclinados.



Mediatriz de un segmento

La mediatriz de un segmento es una línea perpendicular al segmento que pasa por su punto medio. También puede definirse como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de dos puntos A y B.

Quiere decir esto, que cualquier punto situado en la recta mediatriz está situado a la misma distancia de A que de B. Si cogemos un punto a la izquierda de la línea, estará más cerca del punto A, y si cogemos uno a la derecha, estará más cerca del punto B.



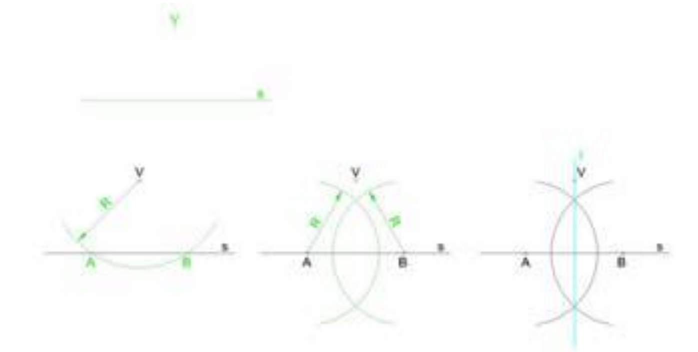
Para dibujarla es simplemente necesario hacer dos arcos de circunferencia con centro en A y B respectivamente (siendo R mayor que la mitad del segmento) y unir los puntos de intersección de los dos arcos. Así obtenemos la recta m, mediatriz del segmento.

Recuerda este procedimiento, ya que lo utilizaremos en los apartados siguientes y en prácticamente todas las unidades de la materia.

Perpendicular a una recta desde un punto

Si se trata de un punto exterior a la recta

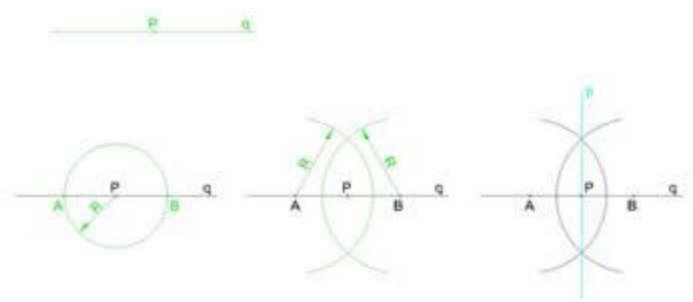
Aplicando el concepto de mediatriz que acabamos de ver, podemos trazar un arco de radio cualquiera con centro en el punto V y que corte a la recta en dos puntos A y B. Si ahora trazamos la mediatriz de ese segmento AB como hemos visto anteriormente, obtendremos la recta perpendicular que buscamos.



Pulsa en la imagen para ampliarla

Si se trata de un punto de la recta

En este caso se procede de forma similar, trazando la mediatriz de un segmento cualquiera AB obtendido con un arco de centro en P.



Pulsa en la imagen para ampliarla

Perpendicular a un segmento por su punto extreme

Este procedimiento está basado en la construcción de triángulos equiláteros.

Como un triángulo equilátero tiene ángulos de 60º, su complementarioes de 30º. La suma de ambos, evidentemente, es la recta perpendicular que buscamos. El procedimiento queda explicado claramente en las figuras siguientes.

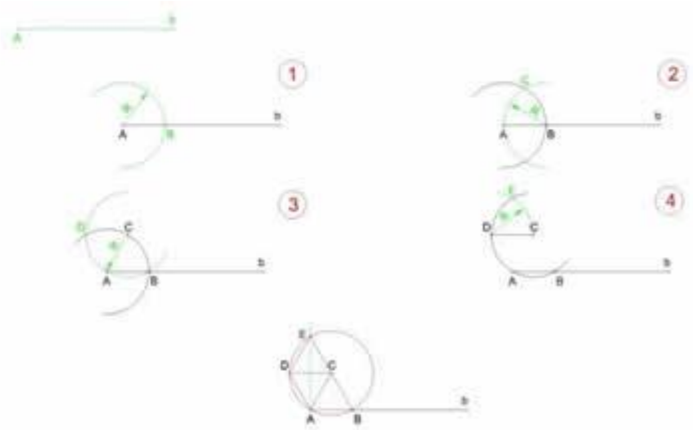
Paso 1: Con centro en el extremo A del segmento dibujamos un arco de circunferencia de radio cualquiera R. Esto determina un punto B en el segmento.

Paso 2: Dibujamos el triángulo equilátero de vértices A, B y C. Para ello trazamos otro arco del mismo radio con centro en el punto B.

Paso 3: Dibujamos otro triángulo equilátero de vértices A, C y D.

Paso 4: Dibujamos otro triángulo equilátero de vértices D, C y E.

Finalmente, si unimos el último vértice obtenido (E) con el punto A, tendremos la recta que buscábamos, dado que forma 90º (60º+60º/2) con el segmento AB.



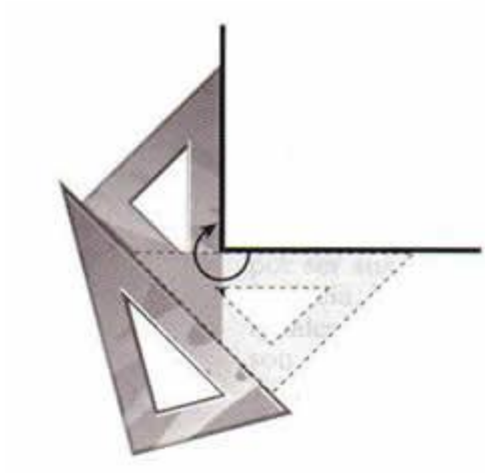
Pulsa en la imagen para ampliarla

Trazado de perpendiculares utilizando escuadra y cartabón

Habitualmente éste será el método a seguir y conviene utilizarlo ágilmente.

Para hacer una recta perpendicular a otra, colocaremos la hipotenusa de la escuadra sobre la línea. Colocamos el cartabón apoyado en un cateto de la escuadra. Si posteriormente giramos a escuadra, haciendo coincidir el otro cateto con el cartabón, la hipotenusa de la escuadra me marca la dirección perpendicular, que puedo llevar en el punto que me interese.

Todo esto así explicado parece muy difícil, pero no tienes más que ver la figura siguiente para ver que es un procedimiento muy sencillo.



Autoevaluación:

Señala las afirmaciones correctas:

a) La mediatriz de un segmento es una recta ortogonal al mismo que pasa por su punto medi

b) Para determinar la distancia de un punto a una recta debemos trazar una recta cualquiera que pasando por el punto sea secante a la recta, y medir en ella la distancia.

c) Para determinar la distancia entre dos rectas paralelas debemos trazar una recta cualquiera perpendicular a ambas y determinar la longitud del segmento que determinen ambas rectas en la recta auxiliar.

El lugar geométrico de los puntos que equidistan de dos puntos dados A y B es:

a) Una circunferencia con centro en el punto medi del segmento y radio igual a la longitud del misr

b) Una circunferencia con centro en el punto medi del segmento y radio igual a la mitad de la longi del mismo.

c) La mediatriz del segmento que tiene como extremos los puntos A y B.

d) Una recta paralela al segmento AB trazada a ur distancia igual a la longitud del segmento.

Paralelismo

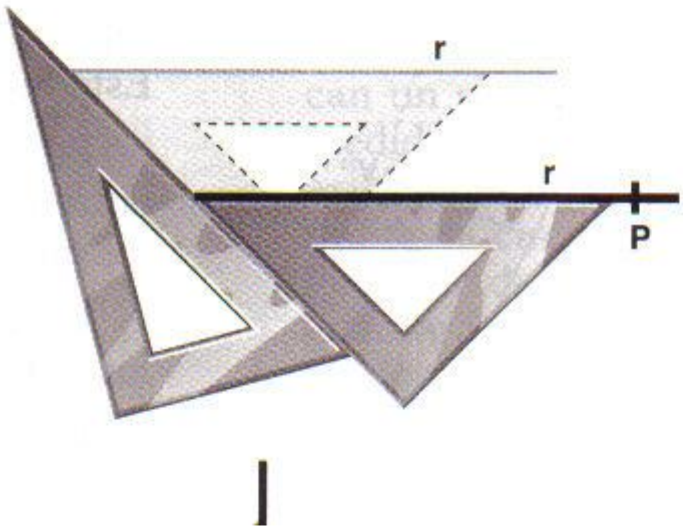
Se dice que dos rectas son paralelas cuando sus puntos son equidistantes entre si, es decir, por más que las prolonguemos, nunca llegarán a cortarse.

Existen varias construcciones geométricas para resolver distintos problemas de paralelismo. Estos ejercicios generalmente se resuelven teniendo en cuenta que llevando arcos iguales de circunferencia llevamos distancias iguales y que en cualquier circunferencia se cumple que *"A arcos iguales corresponden cuerdas iguales"*

Sin embargo, por la sencillez de trazado y puesto que no se suelen utilizar, vamos a limitarnos aquí a ver cómo se trazan rectas paralelas con escuadra y cartabón, que es como en la práctica lo vas a realizar.

Trazado de paralelas utilizando escuadra y cartabón

Como en el caso de las perpendiculares, colocamos la hipotenusa de la escuadra sobre la línea a la que queremos que sea paralela la nueva recta. Colocamos el cartabón junto a uno de sus catetos, y al deslizar la escuadra obtendremos paralelas con la hipotenusa de la misma. Observa la figura siguiente:



Si quisiéramos trazar una serie de líneas paralelas equidistantes o a distancias concretas entre ellas, recuerda que debes trazar una recta perpendicular auxiliar, que te sirva de guía para marcar las distancias y después trazar las rectas paralelas por las marcas así realizadas.

Observa en la siguiente imagen como las líneas paralelas nunca llegan a cortarse, pero a nuestros ojos parecen tender a coincidir en el infinito.

Ángulos

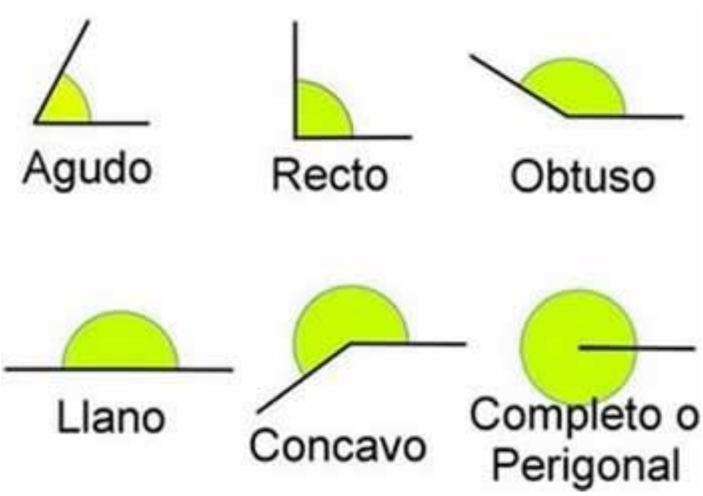
Se define ángulo como una porción de plano delimitada por dos semirrectas no paralelas. A las dos semirrectas se les llama lados y al punto de intersección de ellas vértice del ángulo.

Estas dos semirrectas dividen el plano en dos ángulos, uno convexo (el más pequeño de los dos) y el otro cóncavo (el mayor de los dos). En general denominaremos ángulo de dos rectas al menos de los dos, el convexo.

La abertura de un ángulo viene determinada por la separación entre sus lados. Se expresa en grados sexagesimales, centesimales o radianes. En la mayor parte de los casos, para el dibujo técnico, se emplean los grados sexagesimales. En este sistema un ángulo recto corresponde a una medida de 90º. Una vuelta completa a la circunferencia corresponde a un ángulo de 360º.

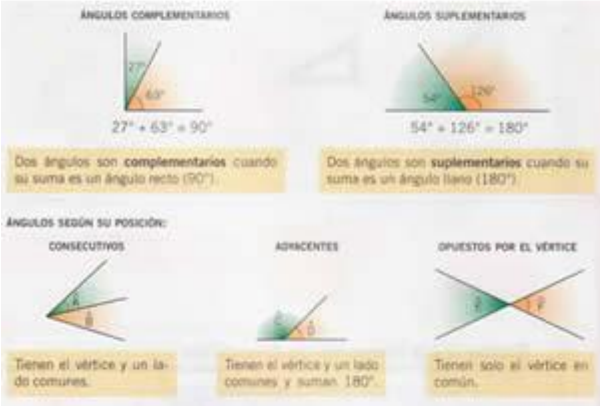
En función de la abertura de un ángulo, se pueden clasificar en:

- Agudo: Ángulo cuya abertura es menor de 90º.
- Recto: Ángulo formado por dos semirrectas perpendiculares. Mide 90º.
- Obtuso: Es un ángulo mayor de 90º.
- Llano: Es el formado por dos semirrectas opuestas y su valor es de 180º.
- Completo o perigonal: Es el correspondiente a una circunferencia completa y su valor es de 360º.



También podemos clasificar los ángulos en relación con otros de la siguiente forma:

- Ángulos complementarios: Son dos ángulos cuya suma es 90º.
- Ángulos suplementarios: Son dos ángulos cuya suma es 180º.
- Ángulos consecutivos: Son dos ángulos con el vértice y un lado común.
- Ángulos adyacentes: Son dos ángulos con vertice y un lado común cuya suma es 180º.
- Ángulos opuestos por el vértice: Tienen sólo el vértice en común.



Pulsa en la imagen para ampliarla

Autoevaluación:

Con respecto a la clasificación de ángulos es cierto que:

a) Un ángulo águdo es menor de 90º.

b) Los ángulos complementarios suman 180º.

c) Un ángulo de 28º y otro de 62º son complementarios.

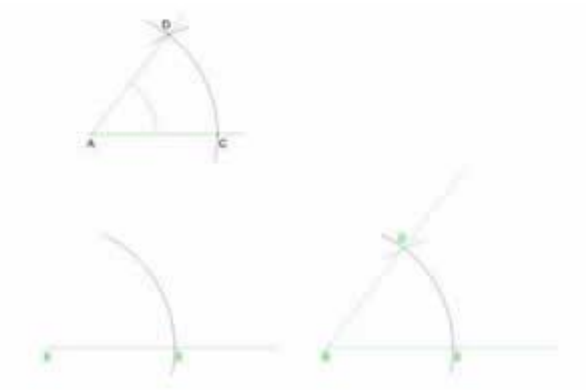
d) Un ángulo llano es aquel que corresponde a una circunferencia completa.

Operaciones con ángulos

Construcción de ángulos iguales

Esta construcción se conoce también como transportar un ángulo.

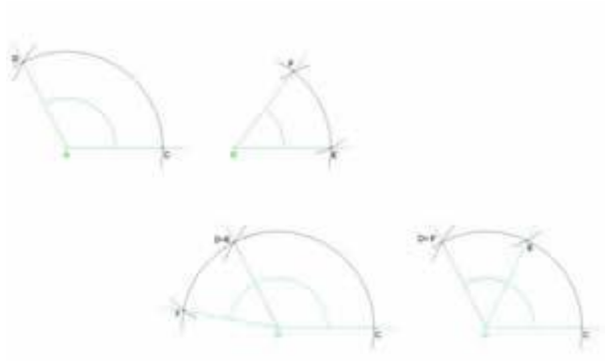
Se traza un arco de circunferencia con centro en el vértice A y radio cualquiera que corta a ambas rectas en C y D. En B, nuevo vértice de nuestro ángulo, llevamos el mismo arco que hemos trazado en la primera figura. Tomamos la distancia BA con el compás (centro en B y radio BA). Llevamos dicha distancia desde el punto B' dibujando para ello un arco. Uniendo el punto de intersección de los dos arcos con el vértice V' obtenemos la copia del ángulo inicial.



Pulsa en la imagen para ampliarla

Suma y resta de ángulos.

El procedimiento consiste en copiar un ángulo a continuación del otro. En el caso de la suma se lleva el ángulo a sumar a la izquierda del anterior. En el caso de la resta, se lleva el ángulo a restar a la derecha del anterior. En las figuras siguientes puede observarse cómo se suman y restan los ángulos dados en la parte superior.



Pulsa en la imagen para ampliarla

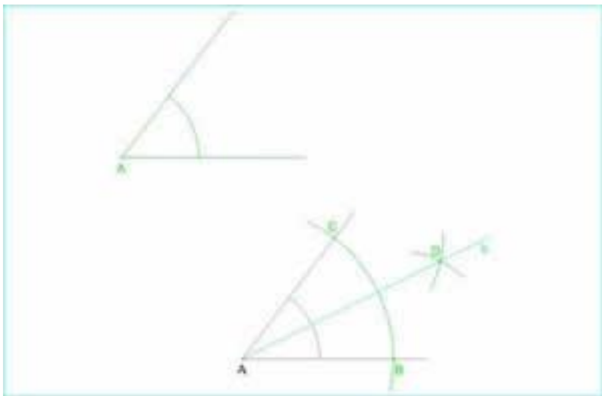
División de ángulos

En muchos problemas geométricos es necesario dividir ángulos en 2, 3, 4... partes iguales. Para ello podríamos hacer la división matemática y llevar el valor con el transportador de ángulos, o bien utilizar algunos procedimientos geométricos básicos como los que vamos a ver a continuación.

Bisectriz de un ángulo

Es la recta que pasa por el vértice y divide al ángulo en dos partes iguales. Puede definirse también como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ambas rectas.

Es decir, si cogemos un punto cualquiera de la bisectriz y trazamos la perpendicular a ambas rectas, la distancia entre el punto y los de intersección serán iguales en ambos casos.

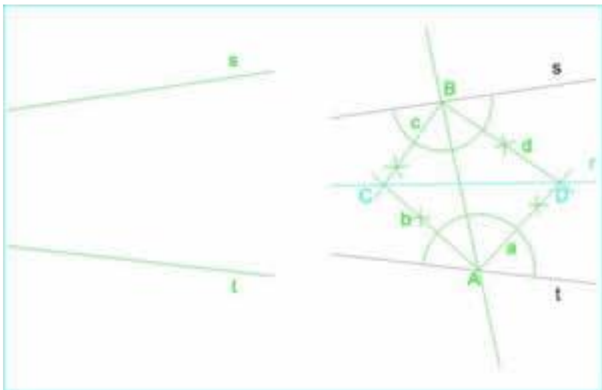


Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Para trazar la bisectriz basta con hacer un arco de radio cualquiera con centro en el vértice. Dicho arco corta a las rectas en los puntos B y C. Con centro en dichos puntos y radio cualquiera, hacemos sendos arcos que se cortarán en el punto D. Al unir el punto D con el vértice A, obtenemos la bisectriz.

Si necesitas dividir un ángulo en un 2, 4, 8, 16... partes iguales, puedes repetir la construcción de la bisectriz tantas veces como sea necesario.

Si no conocemos el vértice del ángulo (punto donde se cortan las dos rectas), procedemos de la siguiente forma:

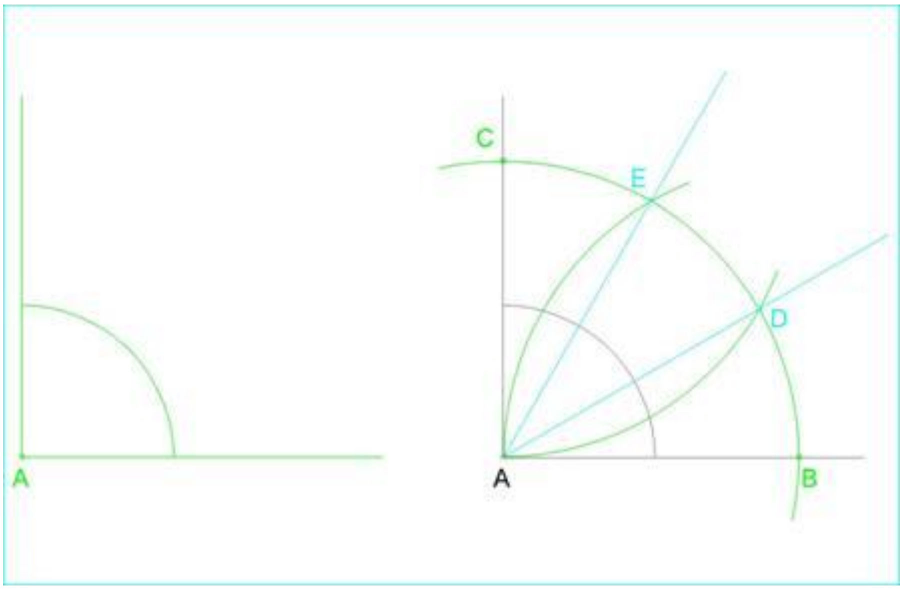


Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Utilizamos una línea auxiliar cualquiera y hacemos las bisectrices que se indican.

División de un ángulo recto en tres partes iguales

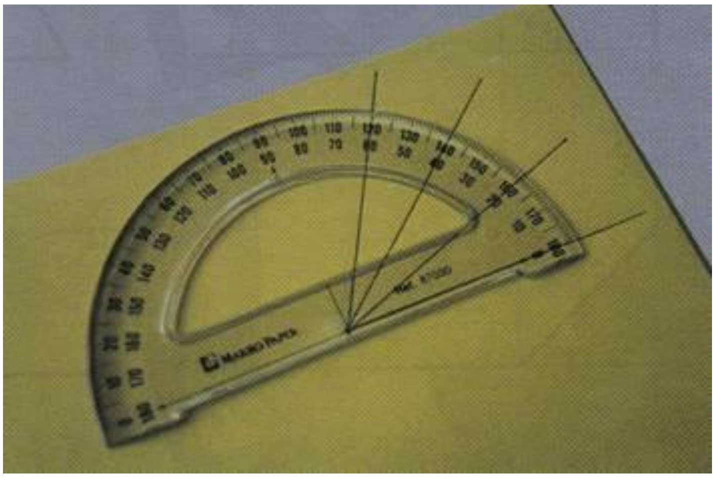
Al dividir un ángulo recto en tres partes nos quedan ángulos de 30º. Si pensamos en la construcción de triángulos equiláteros, cuyos ángulos son de 60º, podemos emplearlo para hacer esta construcción. Observa la siguiente figura:



Como puedes observar se forman 2 triángulos equiláteros que marcan las líneas de división del ángulo en tres partes iguales. Estos triángulos son: ABE y ACD. Puedes hacer los triángulos con cualquier medida.

Trazado de ángulos

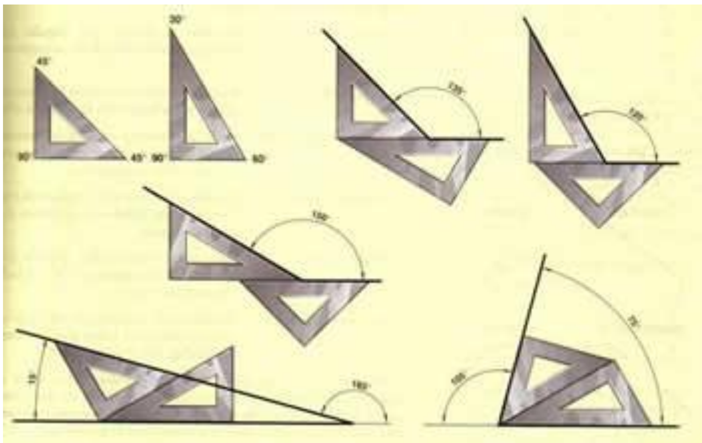
Para dibujar ángulos podemos emplear el transportador de ángulos o semicírculo graduado.



También podemos utilizar la escuadra y el cartabón para dibujar sus ángulos o combinaciones de ellos. Dado que en la escuadra y cartabón tenemos ángulos de 90º, 60º, 30º y 45º, podemos dibujar éstos o combinaciones de ellos, como por ejemplo:

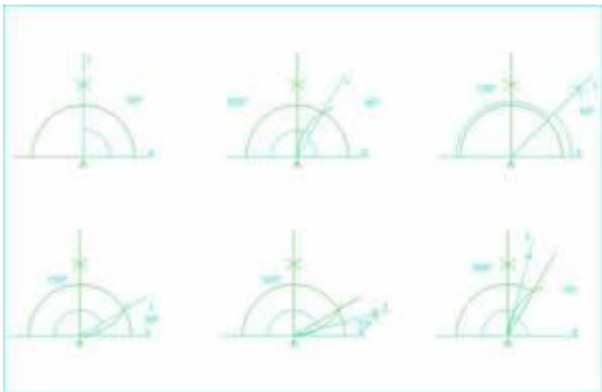
135º = 180º - 45º; 120º = 180º - 60º; 150º = 180º - 30º;

165º = 180º - 15º; 75º = 30º + 45º;



Pulsa en la imagen para ampliarla

Además, podemos utilizar los conceptos ya aprendidos de mediatriz, bisectriz y división de ángulos y proceder de la siguiente manera:



Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Caso 1: 90º . Dibujamos la mediatriz de un segmento imaginario que determinamos con un arco de circunferencia cualquiera.

Caso 2: 60º ó 120º. Utilizamos la construcción del triángulo equilátero vista anteriormente con lo que obtendremos el ángulo de 60º y su suplementario de 120º.

Caso 3: 45º ó 135º. Dibujamos la perpendicular como en el caso 1 y luego obtenemos los ángulos buscados mediante la bisectriz del ángulo recto.

Caso 4: 30º ó 150º. Caso similar al segundo, solo que ahora el triángulo equilátero auxiliar lo apoyamos en la perpendicular a la recta.

Caso 5: 15º ó 165º. Para obtenerlos podemos realizar los pasos del caso 4 y posteriormente hacer la bisectriz del ángulo de 30º.

Caso 6: 75º ó 105º. Procedemos como en el caso 2 y una vez dibujado el ángulo de 60º dibujamos la bisectriz de su complementario, obteniendo así los ángulos buscados.

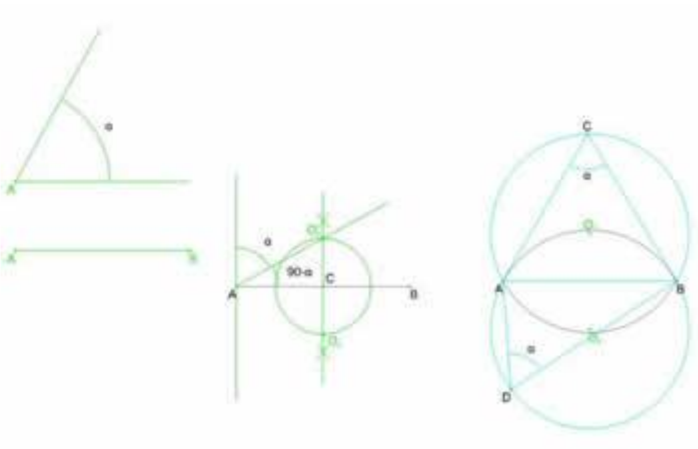
Arco capaz

Se define como arco capaz de un ángulo con respecto a un segmento el lugar geométrico de los puntos del plano que ven a un segmento con el mismo ángulo. Ese lugar geométrico es un arco de circunferencia.

Quiere decir lo anterior, que si cogemos cualquier punto de ese arco y lo unimos con los extremos del segmento, siempre va a formarse el mismo ángulo entre las dos rectas.

Cada arco que pase por los dos extremos de un segmento será el arco capaz de un determinado ángulo. Es decir, existe un arco que es el arco capaz de 30º, con lo que todos sus puntos verán al segmento bajo un ángulo de 30º.

Construcción del arco capaz de α grados para el segmento AB



Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Se traza la mediatriz del segmento AB, ya que en ella es donde se encontrará el centro del arco capaz. Se traza también la perpendicular al segmento por el punto A. A partir de esa recta se lleva el ángulo α en sentido horario. La intersección de esa recta con la mediatriz me da el centro O1, centro del arco capaz. Si trazo el punto simétrico a O1 en la parte inferior (O2) obtendré el centro de otro arco cuyos puntos ven también al segmento bajo un ángulo de α grados.

Presentación explicativa del arco capaz (educacionplastica.net)

Concepto de potencia

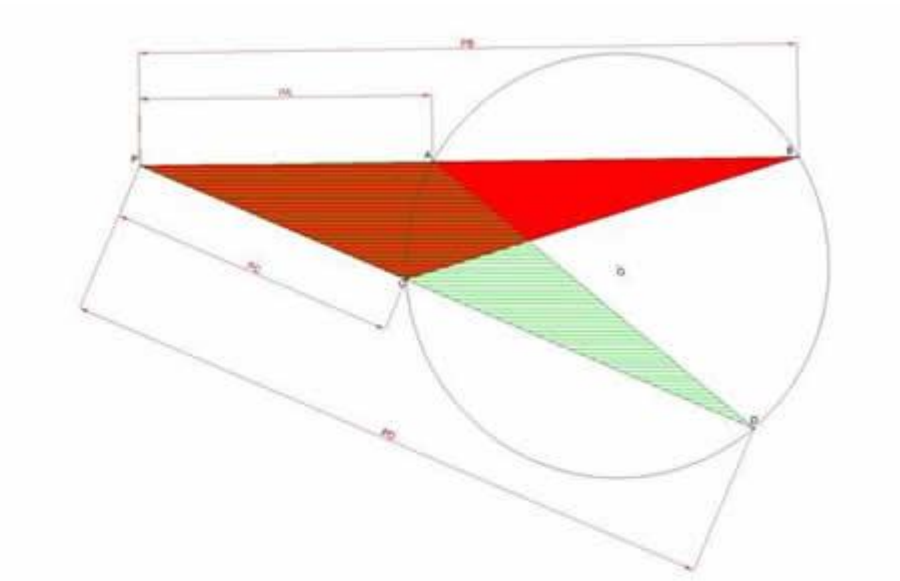
Si desde un punto P, exterior a una circunferencia (O) se trazan rectas que cortan a dicha circunferencia (O) en dos puntos, podemos comprobar que se cumple lo siguiente: *El producto de distancias de dicho punto a los puntos de corte en la circunferencia, determina una constante K que se denomina potencia del punto con respecto a la circunferencia.*

Si observamos la figura, podemos decir lo siguiente:

$PA \cdot PB = PC \cdot PD = K$

Esta constante K es igual para todas las rectas que pasen por P y corten a la circunferencia (O). En el caso límite en que la recta no corte en dos puntos, sino en uno, por ser tangente, también se cumple lo anterior, tomando K el siguiente valor

K = PT2



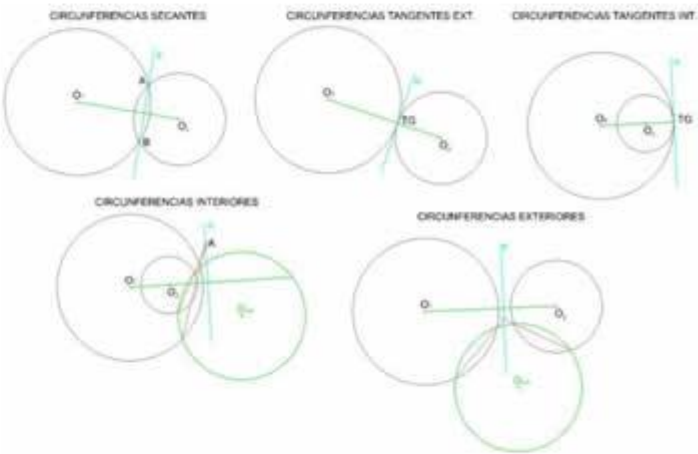
El concepto de potencia se aplica a muchos conceptos y problemas geométricos, en concreto, a la resolución de problemas de tangencias y determinación del segmento áureo de otro, que veremos más adelante.

Presentación explicativa del concepto de potencia (Editorial SM)

Eje radical de dos circunferencias

Llamamos eje radical de dos circunferencias al lugar geométrico de los puntos del plano que tienen igual potencia respecto de las dos circunferencias. Es siempre una recta perpendicular a la línea que une los centros de las dos circunferencias.

Veamos ahora cómo se traza en los distintos casos de posición relativa entre dos circunferencias:



Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Caso 1. Circunferencias secantes. El E.R. es la recta que resulta de unir los dos puntos de intersección de las circunferencias.

Caso 2. Circunferencias tangentes. Es la recta que pasa por el punto de tangencia y es perpendicular a la que une los centros de ambas circunferencias.

Caso 3. Circunferencias tangentes interiores. Igual que en el caso anterior.

Caso 4. Circunferencias interiores. Se traza una circunferencia auxiliar que corte a ambas y se trazan los dos ejes radicales resultantes de cada una de ellas con la auxiliar. Ambos ejes se cortan en el punto A. El eje radical buscado es la recta perpendicular a O1O2 y que pasa por el punto A.

Caso 5. Circunferencias exteriores. Se resuelve de forma análoga al caso anterior.

Presentación explicativa Eje Radical (Editorial SM)

Autoevaluación:

El eje radical de dos circunferencias secantes es:

a) La recta perpendicular a la recta que une los centros por el punto medio de la misma.

b) Una circunferencia que pasa por los dos centros de las circunferencias dato.

c) Es una recta perpendicular a la que une los centros de las dos circunferencias dato y que además pasa por los dos puntos de intersección de las mismas.

d) En ese caso no puede calcularse el eje radical.

Con respecto al eje radical, es cierto que:

a) Es siempre una recta perpendicular a la recta qu
une los centros de las dos circunferencias.

b) En el caso de circunferencias tangentes el eje s
convierte en el punto de tangencia de ambas.

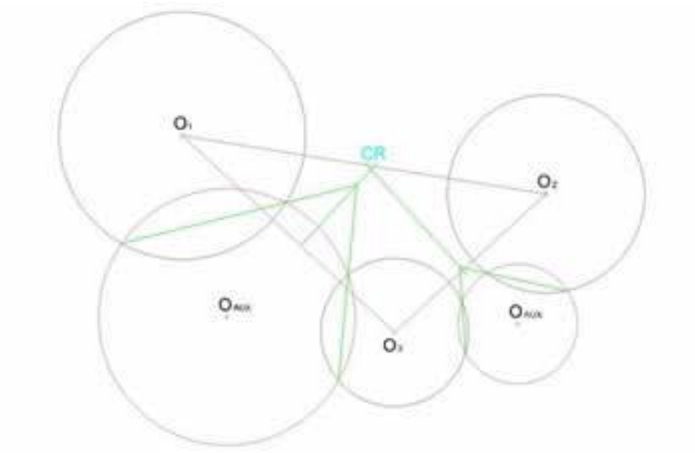
c) Es el lugar geométrico de los puntos del plano c
tienen igual potencia respecto de las dos circunferencias.

d) Es el lugar geométrico de los puntos del plano c
equidistan de las dos circunferencias.

Centro radical de tres circunferencias

Se define como centro radical de tres circunferencias al punto que cumple que tiene la misma potencia respecto a las tres circunferencias dadas.

Para dibujarlo necesitamos hacer los ejes radicales de las circunferencias dos a dos. La intersección de esos ejes nos da un punto que es el Centro Radical.



Pulsa sobre la imagen para ampliarla

Como puedes ver en la figura, sólo es necesario trazar dos de los ejes para obtener el punto. Observa también que se han trazado dos circunferencias auxiliares para la obtención de esos ejes radicales, como se ha visto en el apartado anterior (caso en que las circunferencias son exteriores).

Presentación Centro Radical (Editorial SM)

Una de las aplicaciones relacionadas con el concepto de potencia es el número áureo, utilizado desde la antigüedad como símbolo de belleza en las proporciones para las obras arquitectónicas, artísticas... e incluso presente en la naturaleza.

Presentación Sección Aúrea (Editorial SM)

Para saber más

Si quieres más información sobre el tema del rectángulo de oro, aquí tienes dos enlaces que te resultarán interesantes:

Número áureo

La razón áurea